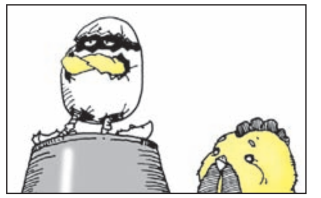
Элементы опережающего обучения на уроках математики в начальной школе



А.А. Смирнова

В статье анализируется проблема снижения вычислительных навыков по математике у выпускников начальной школы, представлен опыт работы по введению элементов опережающего обучения на уроках математики во 2-м классе.

Автор предлагает на уроках математики в 1-м и 2-м классах решать задачи, предваряющие систематическое изучение таблицы умножения, за счёт создания достаточного количества образных моделей при конструировании таблицы умножения как суммы равных слагаемых. За счёт изменения и усложнения структуры задач конструируются поисковые задачи на деление на равные части и деление по содержанию. Все задачи решаются учащимися с использованием схематических рисунков, а запись математических моделей решения задач оформляется через сумму равных слагаемых. Важным элементом в данном случае является правильная запись ответа к задаче.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:
опережающее обучение, чувственный образ, наглядно-образное мышление, умственный образ, математическая модель задачи.

Смена доктрины «образование – преподавание» на доктрину «образование – созидание» – закономерная особенность современных глобальных изменений в образовании, по мнению А.В. Хуторского. Готовы ли российская школа, учитель реализовать обозначенную доктрину?

Практика работы в школе показывает, что за последние 20 лет уровень школьного математического образования снижается. Особенно настораживает ухудшение вычислительных навыков выпускников начальной школы, так как это приводит к снижению вычислительной культуры учащихся основной школы и математической культуры выпускников средней школы и, как следствие, – их неготовности получать дальнейшее качественное образование. В сентябре 2012 года была проведена диагностическая работа в девяти общеобразовательных школах Московского района Санкт-Петербурга. Работу выполняли 432 ученика пятых классов. Результаты таковы:

– сложение трёхзначных чисел правильно выполнили 96%;

– вычитание трёхзначных чисел правильно выполнили 90%;

– умножение трёхзначного числа на однозначное число правильно выполнили 88%;

– деление трёхзначного числа на однозначное число правильно выполнили 89% учащихся.

Аналогичные результаты были получены при выполнении задания В-4 в ЕГЭ по математике в 2012 году, когда необходимо было выполнить умножение трёхзначного числа на десятичную дробь (например, $0,25 \times 370$). Процент выполнения – 87,21%, причём в 2011 году процент выполнения аналогичного задания составлял 91,12% [2, с. 9].

Нецелевое увлечение калькулятором на уроках математики и при выполнении домашних заданий, а также уменьшение количества часов на изучение математики до 4-х в начальной школе являются основными причинами ухудшения вычислительных навыков учащихся [5]. Кроме того, следует отметить, что при переходе на четырёхлетнее обучение была «непомерно» растянута программа первых двух лет обучения, а традиционно трудный материал бывшего 3-го класса (умножение многозначных чисел, деление многозначных чисел на двузначное число, на трёхзначное число) плавно перешёл во второе полугодие 4-го класса по программе «Школа России» (учебник М.И. Моро). Ситуация такова, что и по программе «Начальная школа XXI века» (учебник В.Н. Рудницкой) данный материал тоже изучается во втором полугодии 4-го класса, хотя и чуть раньше. Данные учебники используются в общеобразовательных школах. И только по программе «Перспектива» (учебник Л.Г. Петерсон) и «Гармония» (учебник Н.Б. Истоминой) данные темы изучаются в первом полугодии. Учащиеся общеобразовательных школ, особенно слабоуспевающие, не могут за такое короткое время осознанно и прочно освоить данный программный материал. Общеизвестно, что трудности и проблемы при освоении этих важных тем обусловлены плохим знанием таблицы умножения и деления. Около четверти учащихся общеобразовательных школ даже при переходе в пятый класс испытывают затруднения при решении вычислительных примеров из-за плохого знания таблицы умножения и деления.

В планируемых результатах начального образования по математике ФГОС предполагается, что выпускник начальной школы при изучении раздела «Арифметические действия» научится выполнять устно сложение, вычитание, умножение и деление однозначных чисел в пределах 100. Учащиеся научатся письменно выполнять действия сложения, вычитания, умножения и деления на однозначное и двузначное число в пределах 10 000 *с использованием таблицы сложения и умножения*. В данных требованиях к уровню математической подготовки выпускника начальной школы изначально заложено противоречие. С одной стороны, ученик должен научиться считать устно в пределах 100, а с другой стороны, должен освоить алгоритм умножения и деления на однозначное и двузначное число, обращаясь к таблицам сложения и умножения [4, с. 57–62]. Традиционно знание таблицы умножения и деления – обязательный элемент математической культуры вообще, а вычислительной культуры выпускника начальной школы – особенно. Зачем же отказываться от хорошей традиции?

Состоянием математического школьного образования в нашей стране обеспокоены и на государственном уровне, это отражено в Указе президента РФ от 07.05.2012 «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки», в котором предложено разработать концепцию развития математического образования в стране. Требования ФГОС к математической подготовке выпускников начальной школы явно занижены. При таком отношении к уровню вычислительных навыков у выпускников начальной школы освоение программного материала по математике в 5–6-х классах как фундамента для дальнейшего обучения в основной и старшей школе будет под большим вопросом. Таким образом, существует противоречие между разработкой Концепции развития математического образования в РФ с целью подготовки выпускников школы к освоению инженерных специальностей и снижением требований к математической подготовке у выпускников начальной школы.

Требования ФГОС начального общего образования разрабатывались раньше, чем Указ президента РФ, но и ранее было понятно, что не следует занижать уровень требований к математической подготовке выпускников начальной школы. В школу приходят в основном читающие и считающие дети, но в 1-м и 2-м классах не создаются условия для их интеллектуального роста. Всё вышесказанное обусловливает необходимость вводить элементы опережающего обучения на уроках математики, в частности при освоении таблицы умножения на пропедевтическом уровне в первом и втором классах путём создания и накапливания наглядных чувственных образов при решении практических задач.

Идея опережающего обучения была реализована в практике работы передовых учителей в 70–80-е годы прошлого века, в частности, в опыте работы С.Н. Лысенковой. «Сущность опережения состоит в определении такого порядка в изучении учебного материала, при котором возможен его сдвиг, смещение во времени, включение в процесс обучения материала, подлежащего изучению в будущем» [3, с. 4–5]. И.И. Панькова рассматривает опережающее обучение как новый принцип построения учебного материала, как одну из современных технологий. «Отражение внешнего мира фактически и не может быть иным, неопережающим», ибо каждое внешнее воздействие на организм непременно мобилизует в нервной системе молекулярный опыт прошлого, позволяет нервной системе объединить прошлое с настоящим [6, с. 24]. Психолого-педагогические исследования (Л.С. Выготский, Л.В. Занков, Д.Б. Эльконин, З.И. Решетова, В.М. Туркина и др.) направлены на обоснование построения процесса обучения из зоны актуального развития в зону ближайшего развития, в зону перспективного развития. Задача обучения – превратить «зону ближайшего развития» в реальные умственные способности ребёнка. Предвестниками мышления являются восприятие и память, которые наиболее интенсивно развиваются в младшем школьном возрасте и достигают максимума своего развития, т.е. данный возраст является сензитивным для формирования наглядных образов и памяти (Д.Б. Эльконин и В.В. Давыдов).

При систематическом изучении таблицы умножения в 3-м классе часто на уроках «проскакивают» этап создания достаточного количества наглядных чувственных образов (образных моделей) при конструировании таблицы умножения. При формировании умственного образа (замена суммы равных слагаемых действием умножения) в недостаточной мере используется наглядно-образное мышление, слишком быстро включаются механизмы памяти, что не способствует формированию осознанных знаний. Одно из основных условий формирования осознанных знаний на уроках в начальной школе – «не спешить с заучиванием правил», а в большей степени предварять формирование понятий конструктивными знаниями. В исследованиях И.С. Якиманской отмечается, что умственное развитие не представляет прямую линию восхождения от конкретного (чувства, эмоции) к абстрактному, а есть движение по спирали, где одновременно используются и чувственные, и умственные образы через усиление понятийного мышления [8]. Поэтому при дальнейшем систематическом изучении таблицы умножения используются наглядные чувственные образы (образные модели), созданные при опережающем обучении, и через понятийное мышление формируются умственные образы.

Опережающее изучение таблицы умножения и деления должно помочь учащимся начальной школы использовать природную возрастную сензитивность. Кроме того, такое рассредоточенное во времени усвоение наиболее сложного материала обеспечивает его осознанное и прочное усвоение. В отличие от концепции С.Н. Лысенковой, в которой таблица умножения изучалась в четвёртой четверти 1-го класса в полном объёме, мы предлагаем вводить элементы опережения, связанные с решением практических задач. За счёт создания достаточного количества образных моделей при конструировании таблицы умножения как суммы равных слагаемых уже на этапе изучения состава чисел в пределах 10, далее в пределах второго десятка и в пределах сотни есть возможность конструировать и решать задачи на неявное деление на равные части и деление по содержанию.

При опережающем изучении таблицы умножения и деления суть арифметического действия раскрывается заранее на конкретных примерах и задачах до введения самого действия.

Первый этап

При рассмотрении состава числа в пределах 10 и в пределах второго десятка записываются все возможные случаи и *отдельно вычленяются суммы с одинаковыми слагаемыми*, причём с увеличением чисел количество таких комбинаторных возможностей может возрастать, а может равняться нулю.

Второй этап

При решении практических задач на основе использования моделей, опираясь на уровни осознанности знаний (умение осуществлять переходы между предметным, знаковым и модельно-образным планом содержания знаний), учащиеся осуществляют:

– предметное моделирование с помощью материальных объектов (конфеты, палочки и т.д.);

– знаковое, образно-графическое моделирование с помощью схематических рисунков;

– модельно-образное решение задачи, запись математической модели решения задачи через сумму равных слагаемых.

Важным элементом в решении практических задач является правильная запись ответа к задаче.

Третий этап

На этапе обобщения и закрепления задачи решаются без опоры на материальные модели, на схематические рисунки, а решение оформляется учащимися сразу через сумму равных слагаемых или через использование умственных образов, сразу формулируется ответ задачи.

Рассмотрим, как можно решать пропедевтические задачи по наглядному освоению таблицы умножения на уроке математики в 1-м классе. Тема урока «Состав числа шесть» по учебнику М.И. Моро. На странице учебника предложены два столбика заданий с «окошками», причём в качестве повторения включены и задания на состав числа «4», и на состав числа «5».

4 = ? + 1	4 = ? + 2	4 = ? + 3
5 = ? + 1	5 = ? + 2	5 = ? + 3
6 = ? + 1	6 = ? + 2	6 = ? + 3

Первый этап

При работе с предложенными в учебнике столбиками примеров в качестве ориентировочной основы можно включить справа ещё третий столбик примеров. Усилить развивающие аспекты урока можно, сформулировав следующие *вопросы*:

1. В каких примерах слагаемые одинаковые?

2. Чему равна сумма двух одинаковых слагаемых, если каждое слагаемое равно двум?

3. Чему равна сумма двух одинаковых слагаемых, если каждое слагаемое равно трём?

4. Какое число нельзя представить в виде суммы равных слагаемых?

5. Какое число можно представить в виде суммы трёх равных слагаемых? ($6 = 2 + 2 + 2$)

Второй этап

Работу на уроках по составу числа «6» следует дополнить практическими задачами по пропедевтике изучения таблицы умножения и деления на два и на три, использовать практический перебор схем решения задач, формализованные записи решения задач.

Задачи

а) Как можно разложить 6 конфет в 2 вазы?

б) Как можно разложить 6 конфет в 3 вазы?

в) Как можно разложить 6 конфет в 4 вазы?

г) Можно ли разложить 6 конфет в 5 вазочек?

д) Можно ли разложить 6 конфет в 6 вазочек?

При решении данных задач можно воспользоваться счётными палочками, моделируя возможные ситуации, делая схематические рисунки на доске и в тетради, записывая математические модели в тетради и на доске в виде суммы равных слагаемых. В результате рассмотрения всех возможных случаев получим следующие записи для решения предложенных задач (математические модели):

а) $1 + 5 = 6$ б) $1 + 2 + 3 = 6$
$2 + 4 = 6$ $2 + 2 + 2 = 6$
$3 + 3 = 6$ $4 + 1 + 1 = 6$
в) $1 + 1 + 1 + 3 = 6$
$2 + 2 + 1 + 1 = 6$
г) $1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 6$
д) $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6$

А теперь подчеркнём некоторые записи. Почему именно эти примеры мы подчеркнули?

а) $1 + 5 = 6$ б) $1 + 2 + 3 = 6$
$2 + 4 = 6$ $\underline{2 + 2 + 2 = 6}$
$\underline{3 + 3 = 6}$ $4 + 1 + 1 = 6$
в) $1 + 1 + 1 + 3 = 6$
$2 + 2 + 1 + 1 = 6$
г) $1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 6$
д) $\underline{1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6}$

Ответ: в этих примерах равные слагаемые.

Третий этап

Вопросы для обобщения

1. Сколько раз число 3 надо взять слагаемым, чтобы получить число 6?

2. Сколько раз число 2 надо взять слагаемым, чтобы получить число 6?

3. Как можно получить число 6 с помощью суммы шести равных слагаемых?

4. Можно ли получить число 6 как сумму четырёх равных слагаемых? Почему?

На следующем уроке в качестве закрепления можно решить три простые задачи: на умножение, деление на равные части, деление по содержанию.

Задачи

1. В одном пакете 3 кг муки. Сколько муки в двух таких пакетах?

2. 6 килограммов муки рассыпали в 3 одинаковых пакета. Сколько муки насыпали в один пакет?

3. 6 килограммов варенья разлили в банки по 1 кг в каждую банку. Сколько потребовалось банок?

При решении этих задач используем схематические рисунки в тетради, а проверкой правильности решения задач служат подчёркнутые примеры (математические модели) в записях предыдущего урока, которые можно представить на интерактивной доске. Не нужно в данном случае слишком «опредмечивать» решение задач, а следует использовать именно схематические рисунки, так как «там, где первоначально созданные образы *менее наглядны*, ярки и устойчивы, их *преобразование*, т.е. оперирование ими, идёт более успешно» [8]. Работа со схемами способствует созданию обобщённых умственных образов, зафиксированных в виде математических моделей по представлению числа «6» в виде равных слагаемых. В данном случае дети работают не только в зоне ближайшего развития, но и в зоне их перспективного развития [7]. Важным моментом при решении задач является правильная формулировка и краткая запись ответа, так как учащиеся ещё не используют при записи решения задачи знаки умножения и деления.

Используя такой подход, можно конструировать задачи и при изучении состава других чисел, так как обогащение задачного материала способствует не только созданию наглядных образов, перевод их в понятийные структуры, развивает интеллект и творческие способности учащихся, но за счёт структурного усложнения задач знания становятся более прочными. Согласно исследованиям З.И. Калмыковой, «сложные формы мыслительной деятельности легче усваиваются» [1].

В 2012–2013 учебном году в рамках экспериментальной деятельности учителя 2-х классов школы № 496 Московского района Санкт-Петербурга Анна Борисовна Волкова и Наталья Николаевна Кулешова в течение января и февраля 2013 года организовывали решение задач по пропедевтике таблицы умножения и деления, используя описанный выше подход к конструированию и решению задач на уроке. В конце эксперимента была проведена диагностическая работа, она же была проведена и в третьих классах этой школы.

Представим текст диагностической работы в таблице 1.

Таблица 1

1-й вариант	2-й вариант
1. В одной коробке 6 карандашей. Сколько карандашей в четырёх коробках?	1. В одной упаковке 8 карандашей. Сколько карандашей в шести упаковках?
2. На тарелки разложили 18 пирожков по 2 штуки на каждую тарелку. Сколько потребовалось тарелок?	2. В саду посадили 20 яблонь по 5 яблонь в каждом ряду. Сколько рядов яблонь получилось?
3. В школьном буфете 4 стола. У каждого стола по 4 стула. Сколько всего стульев в школьном буфете?	3. В читальном зале библиотеки 4 стола. За каждым столом могут разместиться 2 читателя. Сколько всего мест в читальном зале?
4. В саду посадили 24 яблони в 4 ряда. Сколько яблонь в одном ряду?	4. 32 спортсмена построились в 4 ряда. Сколько спортсменов стоит в одном ряду?
5. На пошив одной наволочки требуется 2 м полотна. Сколько метров полотна потребуется на пошив четырёх наволочек?	5. На пошив одной рубашки требуется 3 м фланели. Сколько метров фланели потребуется на пошив двух рубашек?
6. Периметр квадрата 36 см.Чему равна сторона квадрата?	6. Периметр квадрата 28 см. Чему равна сторона квадрата?
7. Если для изготовления костюма брать 3 м ткани, то из куска можно сшить 4 костюма. Сколько метров ткани в куске?	7. Если для изготовления пододеяльника брать 5 м сатина, то из куска можно сшить 3 пододеяльника. Сколько метров сатина в куске?
8. Из клетки с зайцами торчат 12 ушей. Сколько в ней зайцев?	8. На арене цирка выступают лошади, у них вместе 12 ног. Сколько лошадей на арене?
9. Сколько пальцев у человека на 2 руках?	9. Сколько ног у четырёх гусей?
10. Длина каждой стороны треугольника 5 см. Чему равен периметр?	10. Длина каждой стороны треугольника 9 см. Чему равен периметр?

Текст работы составлен таким образом, что пять первых заданий базового уровня направлены на проверку применения понятия действия умножения (задачи 1, 3, 5), второе задание направлено на проверку понимания действия деления по содержанию, а третье задание – действия деления на равные части. Ко всем пяти заданиям дети выполняли схематические рисунки, записи математических моделей в виде суммы равных слагаемых и записывали ответ. Следующие пять задач отличались по структуре от задач базового уровня. В седьмой задаче использовалось неявное применение понятия действия умножения, а все остальные задачи были с недостающими данными (6; 8; 9; 10), в которых дети могли воспользоваться субъектным опытом (8; 9) или дополнить содержание задач ранее полученными знаниями (6; 10). Таким образом, все задачи с нечётными номерами и десятая задача были направлены на проверку понимания понятия действия умножения как суммы равных слагаемых, деление на равные части проверялось с помощью четвёртой и шестой задач, а смысл деления по содержанию проверялся через решение второй и восьмой задач. Второй блок задач дети могли решать с использованием схематических рисунков или же могли сразу записать решение в виде суммы равных слагаемых и выписать нужный ответ. Работу выполняли 37 учеников 2-х классов и 28 учеников 3-го класса. Сравнительный анализ выполнения работы показал результаты, представленные в таблице 2.

Таблица 2

№ задач	2 класс. Правильно выполнили задание (%) уч-ся	3 класс. Правильно выполнили задание (%) уч-ся
1	84,4	100
2	63,6	85,7
3	79,4	100
4	55,1	96,4
5	76,3	78,6
6	65,3	82,1
7	57,4	92,9
8	54,1	89,3
9	63	78,6
10	56	82,1

Заметим, что с усложнением структуры задач на применение понятия действия умножения как суммы равных слагаемых процент правильного выполнения учениками вторых классов снижается (84,4; 79,4; 76,3). Также вызвала серьёзные затруднения седьмая задача на неявное применение сформированного действия. Процент выполнения задач на проверку понимания действия деления по содержанию (вторая и восьмая), которые вызывают затруднения и после систематического изучения их решения с помощью таблицы деления (учащиеся третьих классов), у учащихся вторых классов оказался выше 50.

Следует заметить, что учащиеся вторых классов занимались опережающим решением задач подобного вида только в течение 1,5 месяцев. На данном этапе для этих учащихся все задачи на неявное применение действия умножения и деления являются поисковыми задачами. Они будут служить наглядной опорой при систематическом изучении таблицы умножения и деления в третьем классе, обеспечивая осознанное усвоение этого важного раздела математики, которое должно быть полным, а не переходить в качестве «незнания» в основную школу, так как сензитивный период для освоения таблицы умножения и деления заканчивается в начальной школе.

Литература

1. *Калмыкова, З.И.* Продуктивное мышление как основа обучаемости / З.И. Калмыкова. – М. : Педагогика, 1981. – 200 с.

2. Основные итоги единого государственного экзамена по математике в 2012 году в г. Санкт-Петербурге. Аналитический отчёт предметной комиссии. – СПб. : РЦОКОиИТ, 2012. – 16 с.

3. *Панькова, И.И.* Дидактические основы опережения в учебном процессе: Автореф. дис., канд. пед. наук / И.И. Панькова. – Ростов н/Д, 1990. – 18 с.

4. Планируемые результаты начального общего образования / под ред. Г.С. Ковалёвой, О.Б. Логиновой. – М. : Просвещение, 2009. – 120 с.

5. *Смирнова, А.А.* Организация повторения в 9 классе при подготовке к аттестации в новом формате / А.А. Смирнова, Е.Ю. Лукичёва, А.Н. Тернопол // Математика в школе. – 2010. – № 3. – С. 34–41.

6. Системный анализ процесса мышления / Под ред. К.В. Судакова, АМН СССР. – М. : Медицина, 1989. – 336 с.

7. *Туркина, В.М.* Методический аспект проблемы преемственности в развивающем обучении школьников математике / В.М. Туркина // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. – 2003. – № 6 (том 3). – С. 249–258.

8. *Якиманская, И.С.* Основные направления исследования образного мышления / И.С. Якиманская // Вопросы психологии. – 1985. – № 5. – С. 5–17.

Альбина Алексеевна Смирнова *– канд. пед. наук, учитель математики высшей квалификационной категории, руководитель экспериментальной площадки ГОУ «СОШ № 519», г. Санкт-Петербург.*